

N° d'enregistrement

au C.N.R.S. 2903

ARTICLE PRINCIPAL

Recouvrant en partie

LA THESE DE DOCTORAT ES SCIENCES PHYSIQUES

présentée

A LA FACULTE DES SCIENCES

de PARIS

par

Madame PEYRAUD Nelly

pour obtenir

le grade de Docteur Es-Sciences

Sujet de la Thèse : "Théorie quasi-statique d'un plasma moyennement
ionisé avec piègeage partiel du rayonnement".

soutenue le 24-1-1969

devant la Commission d'Examen

MM. SCHATZMAN Président

DELCROIX Examineurs

LEACH Invité

THÉORIE QUASI STATIQUE D'UN PLASMA MOYENNEMENT IONISÉ AVEC PIÉGEAGE PARTIEL DU RAYONNEMENT

Par NELLY PEYRAUD et JEAN PEYRAUD,

Laboratoire de Physique des Plasmas, Faculté des Sciences, Orsay (Laboratoire associé au C.N.R.S.).

(Reçu le 11 février 1969.)

Résumé. — On étudie un plasma libre de toute action extérieure, moyennement ionisé, optiquement épais pour la première transition à partir du niveau fondamental (raie de résonance de l'hydrogène et des alcalins) et optiquement mince pour toutes les autres raies.

La fonction de distribution électronique est déterminée par les collisions électron-électron, les collisions inélastiques d'excitation du niveau fondamental et les collisions superélastiques de désexcitation du niveau de résonance. On montre qu'elle est maxwellienne pour toute énergie inférieure au premier seuil d'excitation (« corps » de la fonction), mais en général non maxwellienne pour les énergies supérieures (« queue » de la fonction).

On analyse les propriétés de l'équilibre des électrons aussi longtemps que l'on néglige la variation lente de la température des neutres. On montre que la « température » du « corps », déterminée par l'équation d'énergie, est inférieure à celle des neutres. On détermine le rapport des populations des niveaux fondamental et de résonance en supposant, dans une première étude, que la radiation de résonance ne s'échappe pas du plasma ; puis on améliore la théorie en tenant compte des fuites partielles du rayonnement dues aux effets de surface.

Cependant, le calcul de ces deux paramètres (température du « corps » et rapport des populations) et celui du taux d'ionisation (par l'équation de conservation de la densité électronique) nécessitent la connaissance de la « queue » de la fonction de distribution dont on pose l'équation de détermination ; sa résolution fera l'objet d'un second article. On discute numériquement le domaine d'applicabilité du modèle étudié dans le cas de l'hydrogène atomique.

Abstract. — One considers a plasma free of any external field, partially ionized, optically thick for the first transition starting from the fundamental level (resonance radiation for hydrogen and alkali atoms) and optically thin for all other transitions.

Electron distribution function results from electron-electron collisions, inelastic electron impact on fundamental level and superelastic electron impact on resonance level. We obtain that the distribution is maxwellian for energies smaller than the first threshold ("body" of the function) but in general non maxwellian for higher energies ("tail" of the function).

We study electron equilibrium properties as long as we neglect the slow variation of neutral temperature. The "temperature" of the "body" is calculated by an energy balance and we obtain that it is smaller than the neutral one. For a first study, resonance radiation is supposed to be confined in the plasma and this hypothesis is used to calculate the ratio between populations of fundamental and resonance levels ; and we improve the theory by including partial losses dues to boundary effects.

However, the "tail" of the distribution function is necessary to calculate those two parameters ("temperature" of the "body" and ratio of populations) ; we write equations for the "tail" which will be solved in a second paper. Numerical applicability conditions of the model used are discussed for atomic hydrogen case.

INTRODUCTION

En théorie cinétique des gaz ionisés, le problème de la détermination de la fonction de distribution électronique est important ; sa résolution permet en effet le calcul de toutes les grandeurs macroscopiques [1] : température électronique, conductivité électronique...

Ce problème a déjà fait l'objet de nombreux travaux :

Margenau [2] et Bayet, Delcroix, Denisse [3] ont étudié la partie isotrope de la fonction de distribution électronique des gaz faiblement ionisés en présence d'un champ électrique lorsque les interactions des électrons avec les autres composantes du gaz se réduisent aux collisions élastiques électron-neutre.

En fait, une étude plus approfondie due à Holstein [4] et à Dreicer [5] montre que, dans de nombreux cas,

les collisions élastiques sont loin d'être dominantes et que l'on doit tenir compte des collisions inélastiques électron-neutre.

On sait que les plasmas peuvent se diviser en trois catégories principales : les plasmas fortement ionisés, les plasmas « intermédiaires » [1] et les plasmas faiblement ionisés.

Les plasmas fortement ionisés présentent des caractéristiques particulières (problème des électrons découplés); ils ont été étudiés en détail par Spitzer et Härm [6], Dreicer [7], Kruskal et Bernstein [8].

Dans un premier travail, nous avons étudié en détail l'influence des collisions inélastiques sur les plasmas faiblement ionisés soumis à un champ électrique [9], [10], [11] et [12].

Dans une seconde partie qui constitue le présent travail, on étudie l'action des collisions inélastiques sur les plasmas « intermédiaires ». Dans ce type de plasmas, les collisions électron-électron produisent en première approximation une distribution électronique maxwellienne, tandis que les collisions inélastiques déterminent la forme de la « queue » de la fonction de distribution et les principaux paramètres physiques comme la température électronique, la population des atomes excités et le taux d'ionisation.

Ce problème a été étudié par un certain nombre d'auteurs : Dreicer [5] expose une méthode numérique de détermination de la fonction de distribution électronique dans un plasma d'hydrogène partiellement ionisé, soumis à un champ électrique extérieur. L'auteur tient compte des interactions coulombiennes et des collisions inélastiques d'excitation des neutres à partir de l'état fondamental, mais néglige les collisions superélastiques de désexcitation des atomes excités.

Mjolsness et Petschek [13] étudient la fonction de distribution électronique d'un plasma stationnaire mettant en jeu les mêmes interactions que le plasma de Dreicer mais libre de toute force extérieure; puis ils déterminent la « température » électronique d'équilibre inférieure à celles des ions.

D'un tout autre point de vue, dans le but de déterminer la recombinaison radiativo-collisionnelle dans l'hydrogène atomique, Bates, Kingston et McWhirter [14] sont amenés à faire des hypothèses simplificatrices semblables à celles de Dreicer ou de Mjolsness et Petschek :

— Le plasma est optiquement mince pour toutes les longueurs d'onde.

— La fonction de distribution électronique est maxwellienne à une température T_e supposée constante et donnée.

La première hypothèse entraîne une population des niveaux excités très inférieure à celle du niveau fondamental, et par suite, les réactions de désexcitation par collisions superélastiques sont négligeables devant les réactions d'excitation par collisions inélastiques; on se trouve donc dans un cas analogue aux deux précédents [5], [13]. La seconde hypothèse d'un équilibre

électronique possible *a priori* rejoint aussi le point de vue de Mjolsness et Petschek.

En fait, dans des articles plus élaborés, Bates, Kingston et McWhirter [15], [16] montrent que l'on doit tenir compte des faits suivants : le plasma peut être optiquement épais (soit pour la raie Lyman- α seulement, soit pour toutes les raies) et la température T_e n'est pas une donnée en général, mais l'hypothèse d'une distribution maxwellienne est conservée.

Dans le présent travail, on effectue une étude cinétique systématique des plasmas « intermédiaires » *exempts de toute force extérieure*. Contrairement à Mjolsness et Petschek et de manière analogue à Bates, Kingston et McWhirter [15], on suppose que le plasma peut être optiquement épais pour la première transition à partir du niveau fondamental mais optiquement mince pour toutes les autres transitions (ce modèle est applicable à l'hydrogène atomique et aux alcalins). Cependant, on ne suppose pas la fonction de distribution électronique maxwellienne, donnée *a priori*; au contraire, on se propose de déterminer les écarts non maxwelliens éventuels et leur influence sur divers paramètres physiques tels que la « température » électronique, la densité d'atomes excités et la densité électronique.

Dans chaque domaine d'énergie, on effectue une analyse critique qui permet de sélectionner les processus importants et conduit à poser l'équation de détermination de la « queue » de la fonction de distribution électronique. On suppose d'abord les phénomènes décrits par une théorie quasi statique résumée par le bilan énergétique suivant, supposant que la radiation de résonance est totalement emprisonnée dans le plasma :

Pertes par collisions inélastiques d'excitation des transitions pour lesquelles le plasma est optiquement mince, surtout à partir du niveau de résonance = gains par collisions élastiques sur le gaz de neutres et d'ions qui joue le rôle d'un thermostat.

On améliore ensuite la théorie en tenant compte des fuites partielles du rayonnement de résonance dues aux effets de surface.

Cette étude constitue un exposé de principe de la physique des écarts à l'équilibre thermodynamique; on l'achève par une discussion numérique du domaine d'applicabilité de la théorie dans le cas de l'hydrogène atomique. La résolution exacte de l'équation de Boltzmann et la détermination numérique des écarts à l'équilibre feront l'objet d'un article ultérieur.

1. L'équation cinétique

L'étude macroscopique ne peut être entreprise que si l'on connaît de manière précise les fonctions de distribution des diverses composantes du plasma. Dans tout ce qui suit, on suppose que les composantes neutre et ionique — de masse bien supérieure à celle des électrons — ne sont pas perturbées par les collisions électroniques et sont maxwelliennes à la température T_0 . Par contre, la détermination rigoureuse de la

fonction de distribution électronique nécessite la résolution de l'équation cinétique; dans cet article, on analyse la structure de cette équation; sa résolution sera abordée dans un article ultérieur.

Lorsque l'équilibre des électrons est atteint, la partie isotrope de la fonction de distribution électronique f_e d'un gaz libre de toute force extérieure vérifie l'équation suivante :

$$\left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{\text{interactions}} = 0. \quad (1)$$

Il convient d'effectuer une analyse comparative des divers processus d'interactions pouvant exister dans le plasma défini en introduction.

1.1. Analyse des processus. — Les processus susceptibles de déterminer la fonction f_e se divisent en deux groupes :

a) LES COLLISIONS ÉLASTIQUES. — Ce sont les collisions coulombiennes électron-électron et électron-ion et les collisions électron-neutre décrites respectivement par les opérateurs de Fokker-Planck [17] et de Chapman et Cowling [1].

On rappelle que si les interactions électron-électron agissaient seules, la fonction f_e relaxerait vers une distribution maxwellienne (de température T_e) avec une fréquence $\nu_{\text{maxw.}}$ définie par [17] :

— pour les vitesses de l'ordre de la vitesse thermique w_{th} :

$$\nu_{\text{maxw.}}(w) \simeq \bar{\nu}_1 = 4\pi \frac{e^4 n_e}{m_e^2} \frac{\text{Log } \Lambda_e}{w_{\text{th}}^3} \quad (2)$$

avec :

$$\Lambda_e = \frac{m_e w_{\text{th}}^2}{e^2} \left(\frac{k T_e}{4\pi n_e e^2} \right)^{1/2}. \quad (3)$$

— pour les vitesses bien supérieures à w_{th} :

$$\nu_{\text{maxw.}}(w) \simeq 3\nu_{\text{ei}}(w) = 3\bar{\nu}_1 \left(\frac{w_{\text{th}}}{w} \right)^3. \quad (4)$$

La fréquence $\bar{\nu}_1$ définie par l'égalité (2) représente aussi la fréquence de collisions électron-ion pour un électron moyen [17] (de vitesse $w_{\text{th}} = \sqrt{\frac{3kT_e}{m_e}}$).

Un électron moyen effectue autant de collisions électron-électron que de collisions électron-ion, mais ces dernières ont un effet négligeable sur l'évolution de f_e du fait de la faiblesse du rapport des masses $\frac{m_e}{m_0}$. On

peut en effet définir une fréquence de collisions $2 \frac{m_e}{m_0} \nu_{\text{ei}}$ pour le transfert d'énergie électron-ion (formule (89) de l'appendice) vérifiant l'inégalité suivante :

$$2 \frac{m_e}{m_0} \nu_{\text{ei}} = 4 \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \frac{m_e}{m_0} \bar{\nu}_1 \ll \nu_{\text{maxw.}} \quad (5)$$

L'inégalité (5) montre que les transferts d'énergie électron-ion sont bien moins rapides que les transferts électron-électron.

Si on considère les collisions électron-neutre (e-0), la gamme des plasmas moyennement ionisés vérifie en général les propriétés suivantes :

$$2 \frac{m_e}{m_0} \nu_{e0}(w) \ll \nu_{\text{maxw.}}(w) \quad \text{avec} \quad \nu_{\text{maxw.}}(w) \simeq \nu_{0 \rightarrow s}(w) \quad (6)$$

au-delà du seuil d'excitation du niveau s à partir du niveau fondamental 0.

$\nu_{e0}(w)$ désigne la fréquence de collisions élastiques électron-neutre; $\nu_{0 \rightarrow s}(w)$ la fréquence d'excitation de

la transition $0 \rightarrow s$. La condition $2 \frac{m_e}{m_0} \nu_{e0} \ll \nu_{\text{maxw.}}$

montre que l'on peut (dans l'équation (1)) négliger l'effet de l'opérateur de Chapman et Cowling (collisions électron-neutre) devant celui de l'opérateur de Fokker-Planck électron-électron [1].

Il résulte des propriétés (5) et (6) que, parmi les collisions élastiques, ce sont les collisions électron-électron qui jouent le rôle dominant pour la relaxation de f_e vers l'état d'équilibre défini par l'équation (1). La condition $\nu_{\text{maxw.}} \simeq \nu_{0 \rightarrow s}$ au-delà du seuil montre que l'on devra tenir compte des collisions inélastiques ⁽¹⁾.

b) LES COLLISIONS INÉLASTIQUES ET SUPERÉLASTIQUES.

— Les neutres possèdent des niveaux excités que l'on note s depuis $s = 0$ (niveau fondamental) jusqu'au niveau d'ionisation i . Le plasma étudié n'est optiquement épais que pour la transition $0 \rightarrow 1$. Les molécules neutres peuvent alors exister dans le niveau fondamental de population n_0 , le niveau de résonance de population n_1 et dans des niveaux supérieurs de population négligeable. Les collisions inélastiques possibles sont donc de trois sortes (fig. 1) :

— excitation du niveau fondamental vers les niveaux $s \geq 1$;

— excitation du niveau 1 vers les niveaux $s \geq 2$;

— désexcitation du niveau 1 vers le niveau 0.

On note $Q_{0 \rightarrow s}(w)$ et $Q_{1 \rightarrow s}(w)$ les sections efficaces totales de collisions inélastiques correspondant aux transitions $0 \rightarrow s$ et $1 \rightarrow s$ ⁽²⁾.

On montrera au paragraphe 2 que le rapport $\frac{n_1}{n_0}$ est inférieur à la valeur obtenue lorsque la loi de Boltzmann est valable; on vérifiera au paragraphe 4 [18]

⁽¹⁾ Si $\nu_{\text{maxw.}}$ était très supérieure à $\nu_{0 \rightarrow s}$, il serait inutile d'effectuer une théorie car la fonction de distribution serait maxwellienne.

⁽²⁾ $Q_{0 \rightarrow s}$ (ou $Q_{1 \rightarrow s}$) est souvent négligeable pour une transition $0 \rightarrow s$ (ou $1 \rightarrow s$) optiquement interdite. Par exemple, pour les alcalins [1], la section efficace correspondant à la transition $m^2 S_{1/2} \rightarrow (m+1)^2 S_{1/2}$ est environ 100 fois plus faible que celle qui correspond à la raie de résonance $m^2 S_{1/2} \rightarrow m^2 P_{1/2, 3/2}$.

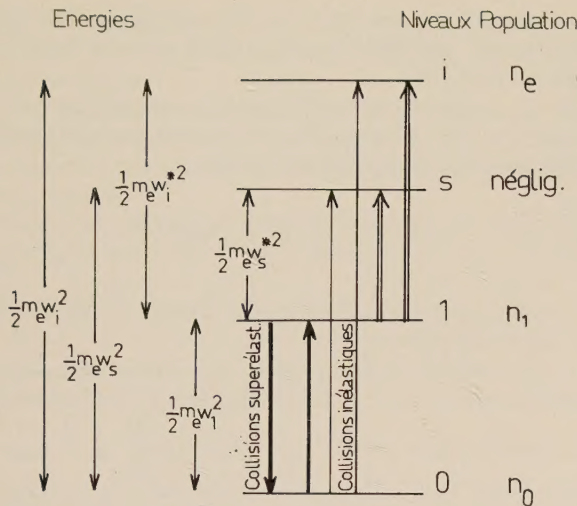


FIG. 1. — Niveaux d'énergie de l'atome neutre.

que, pour la gamme de plasmas définie par (6), on a aussi l'inégalité suivante :

$$\sum_{s=2}^i n_0 \frac{g_1}{g_0} e^{-\frac{m_e w_1^2}{2kT_e}} w Q_{1 \rightarrow s}(w) \ll v_{\max w}(w). \quad (7)$$

Il en résulte que l'on vérifie *a fortiori* :

$$\sum_{s=2}^i n_1 w Q_{1 \rightarrow s}(w) \ll v_{\max w}(w). \quad (8)$$

Il résulte de (5), (6) et (8) que f_e est déterminée par l'équation :

$$\left(\frac{\partial f_e}{\partial t}\right)_{ee} + \sum_{s=1}^i \left(\frac{\partial f_e}{\partial t}\right)_{\text{inél. } 0 \rightarrow s} + \left(\frac{\partial f_e}{\partial t}\right)_{\text{superél. } 1 \rightarrow 0} = 0 \quad (9)$$

$\left(\frac{\partial f_e}{\partial t}\right)_{ee}$ représente l'action de l'opérateur de Fokker-Planck [17] pour les collisions électron-électron.

On montre que l'on a [9] :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial f_e}{\partial t}\right)_{\text{inél. } 0 \rightarrow s} &= n_0 \frac{w^2 + w_s^2}{w} Q_{0 \rightarrow s}(\sqrt{w^2 + w_s^2}) f_e(\sqrt{w^2 + w_s^2}) \\ &\quad - n_0 w Q_{0 \rightarrow s}(w) f_e(w) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial f_e}{\partial t}\right)_{\text{superél. } 1 \rightarrow 0} &= n_1 \frac{g_0}{g_1} w Q_{0 \rightarrow 1}(w) f_e(\sqrt{w^2 - w_1^2}) \\ &\quad - n_1 \frac{g_0}{g_1} \frac{w^2 + w_1^2}{w} Q_{0 \rightarrow 1}(\sqrt{w^2 + w_1^2}) f_e(w) \end{aligned} \quad (11)$$

avec :

$\frac{1}{2} m_e w_s^2$ = énergie d'excitation du niveau 0 vers le niveau s ,

$Q_{0 \rightarrow s}(w)$ = section efficace totale d'excitation (nulle pour $w < w_s$),

$\frac{g_0}{g_1}$ = rapport des poids statistiques des niveaux 0 et 1.

c) FONCTION DE DISTRIBUTION EN DESSOUS DU PREMIER SEUIL. — Si les interactions par collisions superélastiques (terme (11)) agissaient seules, un plasma possédant à l'instant $t = 0$ une fonction de distribution électronique maxwellienne verrait cette dernière s'en écarter au cours du temps selon une équation qui, pour les électrons de vitesse inférieure à w_1 , s'écrit ⁽³⁾ :

$$\frac{\partial f_e(w, t)}{\partial t} = -v_{\text{sup.}}(w) f_e(w, t) \quad (12)$$

avec :

$$v_{\text{sup.}}(w) = n_1 \frac{g_0}{g_1} \frac{w^2 + w_1^2}{w} Q_{0 \rightarrow 1}(\sqrt{w^2 + w_1^2}). \quad (13)$$

Si les interactions par collisions inélastiques (terme (10)) agissaient seules, un plasma initialement maxwellien verrait la fonction de distribution de ses électrons, de vitesse inférieure à w_1 , évoluer selon l'équation ⁽³⁾ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_e(w, t)}{\partial t} &= \sum_{s=1}^i n_0 \frac{w^2 + w_s^2}{w} Q_{0 \rightarrow s}(\sqrt{w^2 + w_s^2}) f_e(\sqrt{w^2 + w_s^2}, t). \end{aligned} \quad (14)$$

Au début de l'évolution (14), f_e diffère peu de la distribution maxwellienne à T_e et on peut écrire :

$$\frac{\partial f_e(w, t)}{\partial t} \simeq v_{\text{inél.}} f_e(w, t) \quad (15)$$

avec :

$$v_{\text{inél.}}(w) = \sum_{s=1}^i n_0 e^{-\frac{m_e w_s^2}{2kT_e}} \frac{w^2 + w_s^2}{w} Q_{0 \rightarrow s}(\sqrt{w^2 + w_s^2}). \quad (16)$$

Le rapport $\frac{n_1}{n_0}$ étant inférieur à la valeur que l'on obtiendrait si la loi de Boltzmann était valable (§ 2), on obtient :

$$v_{\text{sup.}}(w) < n_0 e^{-\frac{m_e w_1^2}{2kT_e}} \frac{w^2 + w_1^2}{w} Q_{0 \rightarrow 1}(\sqrt{w^2 + w_1^2}) < v_{\text{inél.}}(w). \quad (17)$$

On montrera au paragraphe 4 [18] que, pour la gamme de plasmas définie par (6), on vérifie aussi l'inégalité suivante :

$$\sum_{s=1}^i n_0 e^{-\frac{m_e w_s^2}{2kT_e}} \frac{w^2 + w_s^2}{w} Q_{0 \rightarrow s}(\sqrt{w^2 + w_s^2}) \ll v_{\max w}(w). \quad (18)$$

⁽³⁾ $Q_{0 \rightarrow s}(w) = 0$ pour $w < w_s$.

Il résulte des inégalités (17) et (18) que l'on a :

$$\begin{aligned} v_{\text{sup.}}(w) &< v_{\text{inél.}}(w) \\ &= \sum_{s=1}^i n_0 e^{-\frac{m_e w_s^2}{2kT_e}} \frac{w^2 + w_s^2}{w} Q_{0 \rightarrow s}(\sqrt{w^2 + w_s^2}) \\ &< \sum_{s=1}^i n_0 e^{-\frac{m_e w_1^2}{2kT_e}} \\ &\quad \frac{w^2 + w_s^2}{w} Q_{0 \rightarrow s}(\sqrt{w^2 + w_s^2}) \ll v_{\text{max.}}(w). \end{aligned} \quad (19)$$

Il en résulte que le temps $\frac{1}{v_{\text{max.}}}$ de rappel de f_e vers une distribution maxwellienne (par l'effet des collisions électron-électron) est bien inférieur au temps caractéristique $\frac{1}{v_{\text{inél.}}}$ ou $\frac{1}{v_{\text{sup.}}}$ de « démaxwellianisation » des électrons de vitesse inférieure à w_1 . Pour les électrons de vitesse inférieure à w_1 , on peut donc négliger l'effet des collisions inélastiques et superélastiques devant le terme de collisions électron-électron.

Pour $w < w_1$, f_e vérifie donc l'équation :

$$\left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{ee} = 0. \quad (20)$$

L'action des collisions électron-électron est représentée par l'opérateur de Fokker-Planck [17] :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi\Gamma_e} \left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{ee} &= \frac{2}{3} \frac{df_e}{dw^2} \left[\int_w^{+\infty} x f_e(x) dx + \frac{1}{w^3} \int_0^w x^4 f_e(x) dx \right] \\ &\quad + \frac{2}{w} \frac{df_e}{dw} \left[\frac{2}{3} \int_w^{+\infty} x f_e(x) dx \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{w} \int_0^w x^2 f_e(x) dx - \frac{1}{3w^3} \int_0^w x^4 f_e(x) dx \right] + 2f_e^2 \end{aligned} \quad (21)$$

Γ_e désigne la quantité :

$$\Gamma_e = 4\pi \frac{e^4}{m_e^2} \text{Log } \Lambda_e \quad (22)$$

Λ_e est défini par l'égalité (3) en convenant d'appeler « température » électronique (pour une distribution quelconque) le nombre T_e défini par :

$$\frac{3}{2} kT_e = \frac{1}{2} m_e w^2 = \frac{1}{2} m_e w_{\text{th}}^2. \quad (23)$$

Dans les plasmas les plus courants au laboratoire, l'énergie d'excitation $\frac{1}{2} m_e w_1^2$ est de l'ordre de plusieurs kT_e (10,2 eV pour le plasma d'un chalumeau à hydrogène de 10 000 ou 20 000 °K); pratiquement tous les électrons sont situés dans le « corps » de la fonction de distribution que l'on note f_e^- ($w < w_1$) par opposition à la « queue » f_e^+ ($w > w_1$). Il en résulte

que l'on peut faire l'approximation suivante pour $w < w_1$:

$$\begin{aligned} \int_w^{+\infty} x f_e(x) dx &= \int_w^{w_1} x f_e^-(x) dx \\ &\quad + \int_{w_1}^{+\infty} x f_e^+(x) dx \simeq \int_w^{w_1} x f_e^-(x) dx \\ &\simeq \int_w^{+\infty} x f_e^-(x) dx. \end{aligned} \quad (24)$$

L'approximation (24) montre que f_e^- est en première approximation la restriction de la solution de l'équation (20) à l'intervalle $(0, w_1)$. On en conclut :

Lorsque $kT_e \ll \frac{1}{2} m_e w_1^2$, le « corps » de la fonction de distribution est une fonction maxwellienne (4).

Comme il y a très peu d'électrons dans la « queue », on a pratiquement :

$$f_e^-(w) \simeq n_e \left(\frac{m_e}{2\pi kT_e} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_e w^2}{2kT_e}}. \quad (25)$$

d) FONCTION DE DISTRIBUTION AU-DELA DU PREMIER SEUIL. — Par contre, lorsque la vitesse électronique devient supérieure à w_1 , les collisions inélastiques et superélastiques prennent une importance qui peut être comparable à celle des collisions électron-électron (présence des termes en $f_e(w)$ dans (10) et $f_e(\sqrt{w^2 - w_1^2})$ dans (11)) et il faut résoudre l'équation (9) dans son intégralité.

La « queue » de la fonction de distribution n'est pas maxwellienne.

1.2. Équation vérifiée par la « queue » de la fonction de distribution. — a) LINÉARISATION. — L'équation (9) est intégrable-différentielle du second ordre, non linéaire et non locale dans l'espace des vitesses; la non-linéarité de l'opérateur de Fokker-Planck (formule (21)) entraîne l'impossibilité d'une résolution analytique simple. Il importe de linéariser cet opérateur pour $w > w_1$.

Comme précédemment (approximation (24)), le fait que kT_e soit faible devant $\frac{1}{2} m_e w_1^2$ permet de négliger (dans (21)) les intégrations de w à $+\infty$ et de remplacer les intégrales de 0 à w par des intégrales étendues jusqu'à l'infini sur une distribution maxwellienne à T_e ; on montre en outre que l'inégalité $kT_e \ll \text{seuil}$ entraîne que les termes en f_e^2 sont négligeables devant les termes linéaires [18] et on obtient l'expression (26) identique à celle proposée par Mjolsness et Petschek [13] :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{ee} &\simeq \frac{1}{w^2} \frac{d}{dw} \left[n_e \Gamma_e \left(f_e + \frac{kT_e}{m_e} \frac{df_e}{dw} \right) \right] \\ &= \frac{1}{w^2} \frac{d}{dw} \left[\bar{v}_1 \left(\frac{w_{\text{th}}}{w} \right)^3 w^3 \left(f_e + \frac{kT_e}{m_e} \frac{df_e}{dw} \right) \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

(4) Si kT_e n'était pas très inférieur au seuil, f_e^- interagirait avec la « queue » f_e^+ et elle ne serait pas maxwellienne.

Le terme de Fokker-Planck linéarisé prend finalement la même forme que le terme de Chapman et Cowling [1] pour les collisions élastiques électron-neutre à condition de remplacer $\frac{m_e}{m_0} \nu_{e0}$ par la fréquence ν_{ee} définie par la formule (4).

Compte tenu des expressions (10), (11) et (26), l'équation (9) s'écrit :

$$\frac{1}{w^2} \frac{d}{dw} \left[\nu_{ee}(w) w^3 \left(f_e + \frac{kT_e}{m_e w} \frac{df_e}{dw} \right) \right] + \sum_{s=1}^i \left[n_0 \frac{w^2 + w_s^2}{w} Q_{0 \rightarrow s}(\sqrt{w^2 + w_s^2}) f_e(\sqrt{w^2 + w_s^2}) - n_0 w Q_{0 \rightarrow s}(w) f_e(w) \right] + n_1 \frac{g_0}{g_1} w Q_{0 \rightarrow 1}(w) f_e(\sqrt{w^2 - w_1^2}) - n_1 \frac{g_0}{g_1} \frac{w^2 + w_1^2}{w} Q_{0 \rightarrow 1}(\sqrt{w^2 + w_1^2}) f_e(w) = 0. \quad (27)$$

b) ÉQUATION ÉQUIVALENTE. — On peut obtenir une équation équivalente à l'équation (27) en la multipliant par $w^2 dw$ et en l'intégrant sur l'intervalle $(w, +\infty)$. Compte tenu de la convergence de $f_e(w)$ vers zéro lorsque w tend vers l'infini (convergence plus rapide que pour n'importe quelle puissance de $\frac{1}{w}$), on obtient :

$$\nu_{ee}(w) w^3 \left(f_e + \frac{kT_e}{m_e w} \frac{df_e}{dw} \right) + \sum_{s=1}^i \int_w^{\sqrt{w^2 + w_s^2}} n_0 w' Q_{0 \rightarrow s}(w') f_e(w') w'^2 dw' - n_1 \frac{g_0}{g_1} \int_w^{\sqrt{w^2 + w_1^2}} w' Q_{0 \rightarrow 1}(w') f_e(\sqrt{w'^2 - w_1^2}) w'^2 dw' = 0. \quad (28)$$

L'équation (28) montre que la « queue » f_e^+ interagit avec le « corps » f_e^- par l'intermédiaire du troisième terme (collisions superélastiques). La « queue » f_e^+ représente la restriction de la solution de (28) à l'intervalle $(w_1, +\infty)$ et dépend d'une constante d'intégration qu'il importe de déterminer par une équation de continuité.

c) CONTINUITÉ DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION AU PREMIER SEUIL D'EXCITATION. — D'après la précédente discussion (§ 1.1 c) et d)), le « corps » f_e^- est une fonction maxwellienne et la « queue » f_e^+ est solution de l'équation (28). En fait, cette conclusion est une première approximation, d'ailleurs très bonne, et il n'y a pas de discontinuité de l'équation vérifiée par f_e lorsque l'on passe le seuil d'excitation; f_e vérifie l'équation (9) pour tous les domaines d'énergie mais, en dessous du seuil, on peut négliger les deux termes de collisions inélastiques et superélastiques.

Des raisonnements analogues à ceux effectués dans le cas des gaz faiblement ionisés [12] montrent que f_e^- et f_e^+ sont reliées par une équation de continuité pour $w = w_1$. En effet, lorsque w est voisin de w_1 , l'équation (9) est équivalente à l'équation (28); on intègre l'équation (28) entre $w_1 - \varepsilon$ et $w_1 + \varepsilon$ et on fait tendre ε vers zéro; compte tenu du fait que $\nu_{ee}(w)$ et les intégrales du type $\int_w^{\sqrt{w^2 + w_s^2}}$ sont des fonctions continues

de w , après intégration par parties du terme en $\frac{df_e}{dw}$, on obtient :

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [f_e(w)]_{w_1 - \varepsilon}^{w_1 + \varepsilon} = 0 \quad (29)$$

c'est-à-dire :

$$f_e^-(w_1) = f_e^+(w_1). \quad (30)$$

En supposant que l'on sache résoudre l'équation (28), le problème ne sera complètement déterminé que si l'on est en mesure de connaître la température T_e du « corps » de la fonction, la population n_1 du niveau de résonance et la densité électronique n_e . L'équation d'énergie (§ 2.1), les équations de bilan des niveaux atomiques et l'équation de conservation de la densité électronique (§ 2.2) donneront la solution de ce problème.

2. Les équations de bilan. Température du « corps » Population du niveau de résonance et densité électronique

2.1. L'équation d'énergie. — On suppose pour l'instant une température T_e stationnaire; cette hypothèse sera discutée au paragraphe 3. Les interactions électron-électron ne font ni gagner, ni perdre d'énergie aux électrons :

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{2} m_e w^2 \left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{ee} 4\pi w^2 dw = 0. \quad (31)$$

L'équation d'énergie obtenue en multipliant l'équation (1) par $\frac{1}{2} m_e w^2 4\pi w^2 dw$ et en l'intégrant de 0 à $+\infty$ s'écrit donc :

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{2} m_e w^2 \left[\left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{e0} + \left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{ei} + \sum_{s=1}^i \left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{inél. 0 \rightarrow s} + \sum_{s=2}^i \left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{inél. 1 \rightarrow s} + \left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{superél. 1 \rightarrow 0} \right] 4\pi w^2 dw = 0. \quad (32)$$

En admettant (pour les mêmes raisons qu'au § 1.2 a)) que l'on peut remplacer f_e par une distribution

maxwellienne à T_e dans les intégrales prises de 0 à $+\infty$, l'échange d'énergie par collisions élastiques électron-neutre est [1] :

$$\begin{aligned} & \int_0^{+\infty} \frac{1}{2} m_e w^2 \left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{e0} 4\pi w^2 dw \\ &= - \left(1 - \frac{T_0}{T_e} \right) \int_0^{+\infty} 2 \frac{m_e}{m_0} v_{e0}(w) \frac{1}{2} m_e w^2 f_e^-(w) 4\pi w^2 dw. \end{aligned} \quad (33)$$

De même, l'échange d'énergie par collisions élastiques électron-ion est donné par (formule (88), appendice) :

$$\begin{aligned} & \int_0^{+\infty} \frac{1}{2} m_e w^2 \left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{ei} 4\pi w^2 dw \\ &= 4 \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \frac{m_e}{m_0} \bar{v}_1 \left(\frac{3}{2} n_e k T_e - \frac{3}{2} n_e k T_0 \right) \\ &= - \left(1 - \frac{T_0}{T_e} \right) 2 \frac{m_e}{m_0} v_{ei} \int_0^{+\infty} \frac{1}{2} m_e w^2 f_e^-(w) 4\pi w^2 dw. \end{aligned} \quad (34)$$

Les formules (33) et (34) montrent que les échanges énergétiques dus aux collisions élastiques dépendent essentiellement du « corps » de f_e .

La formule (10) montre que les pertes radiatives relatives aux transitions $0 \rightarrow s$ s'écrivent :

$$\begin{aligned} & \int_0^{+\infty} \frac{1}{2} m_e w^2 \left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{\text{inél. } 0 \rightarrow s} 4\pi w^2 dw \\ &= - \frac{1}{2} m_e w_s^2 \int_{w_s}^{+\infty} n_0 w Q_{0 \rightarrow s}(w) f_e^+(w) 4\pi w^2 dw. \end{aligned} \quad (35)$$

On aurait de même pour les pertes radiatives relatives aux transitions $1 \rightarrow s$:

$$\begin{aligned} & \int_0^{+\infty} \frac{1}{2} m_e w^2 \left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{\text{inél. } 1 \rightarrow s} 4\pi w^2 dw \\ &= - \frac{1}{2} m_e w_s^{*2} \int_{w_s^*}^{+\infty} n_1 w Q_{1 \rightarrow s}(w) f_e(w) 4\pi w^2 dw. \end{aligned} \quad (36)$$

On note $\frac{1}{2} m_e w_s^{*2}$ l'énergie correspondant à la transition $1 \rightarrow s$.

Dans beaucoup de cas, l'intégrale (36) agit principalement sur le « corps » f_e^- de la fonction; en effet, dans l'hydrogène par exemple, les seuils $\frac{1}{2} m_e w_s^{*2}$ varient entre 1,9 eV (H α) et 3,4 eV (ionisation). La formule (36) peut donc être approchée par :

$$\begin{aligned} & \int_0^{+\infty} \frac{1}{2} m_e w^2 \left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{\text{inél. } 1 \rightarrow s} 4\pi w^2 dw \\ &= - \frac{1}{2} m_e w_s^{*2} \int_{w_s^*}^{+\infty} n_1 w Q_{1 \rightarrow s}(w) f_e^-(w) 4\pi w^2 dw. \end{aligned} \quad (37)$$

La formule (11) montre que les gains relatifs à la transition $1 \rightarrow 0$ s'écrivent :

$$\begin{aligned} & \int_0^{+\infty} \frac{1}{2} m_e w^2 \left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{\text{superél. } 1 \rightarrow 0} 4\pi w^2 dw = \frac{1}{2} m_e w_1^2 n_1 \frac{g_0}{g_1} \int_0^{+\infty} \frac{w^2 + w_1^2}{w} Q_{0 \rightarrow 1}(\sqrt{w^2 + w_1^2}) f_e(w) 4\pi w^2 dw \\ &= \frac{1}{2} m_e w_1^2 n_1 \frac{g_0}{g_1} \int_{w_1}^{+\infty} w Q_{0 \rightarrow 1}(w) f_e(\sqrt{w^2 - w_1^2}) 4\pi w^2 dw. \end{aligned} \quad (38)$$

L'énergie $\frac{1}{2} m_e w_1^2$ étant bien supérieure à kT_e , on peut pratiquement remplacer $f_e(\sqrt{w^2 - w_1^2})$ par $f_e^-(\sqrt{w^2 - w_1^2})$ dans la formule (38); f_e^- étant maxwellienne, on obtient :

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{2} m_e w^2 \left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{\text{superél. } 1 \rightarrow 0} 4\pi w^2 dw \simeq \frac{1}{2} m_e w_1^2 n_1 \frac{g_0}{g_1} e^{\frac{m_e w_1^2}{2kT_e}} \int_{w_1}^{+\infty} w Q_{0 \rightarrow 1}(w) f_e^-(w) 4\pi w^2 dw. \quad (39)$$

Compte tenu de (33), (34), (35), (37) et (39), la formule (32) prend la forme :

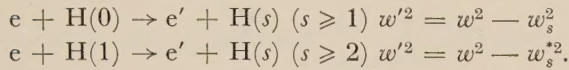
$$\begin{aligned} & \left(\sum_{s=1}^i \frac{1}{2} m_e w_s^2 \int_{w_s}^{+\infty} n_0 w Q_{0 \rightarrow s}(w) f_e^+(w) 4\pi w^2 dw + \sum_{s=2}^i \frac{1}{2} m_e w_s^{*2} \int_{w_s^*}^{+\infty} n_1 w Q_{1 \rightarrow s}(w) f_e^-(w) 4\pi w^2 dw \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{2} m_e w_1^2 n_1 \frac{g_0}{g_1} e^{\frac{m_e w_1^2}{2kT_e}} \int_{w_1}^{+\infty} w Q_{0 \rightarrow 1}(w) f_e^-(w) 4\pi w^2 dw \right) \\ & \frac{T_0}{T_e} - 1 = \frac{2 \frac{m_e}{m_0} \int_0^{+\infty} \left(v_{e0}(w) + \sqrt{\frac{6}{\pi}} \bar{v}_1 \right) \frac{1}{2} m_e w^2 f_e^-(w) 4\pi w^2 dw}{\quad} \end{aligned} \quad (40)$$

L'équation (40) détermine la « température » du « corps » de la fonction, mais, par la présence des termes en n_1 , elle est couplée aux équations de bilan des niveaux atomiques.

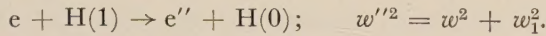
2.2. Les équations de bilan des niveaux atomiques : détermination de n_1 et n_e . — Les réactions élémentaires susceptibles de se produire sont de deux types (on notera $H(s)$ l'atome excité dans l'état s) : les processus collisionnels et les processus radiatifs.

a) PROCESSUS COLLISIONNELS :

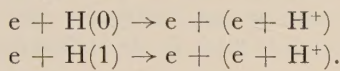
— *Collisions inélastiques (excitation) :*



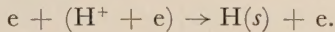
— *Collisions superélastiques (désexcitation).* — Par hypothèse, les seules collisions superélastiques importantes sont :



— *Ionisation par collisions :*

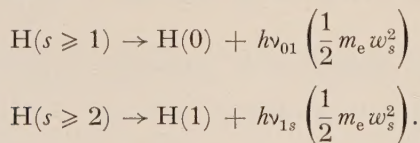


— *Recombinaisons triples :*

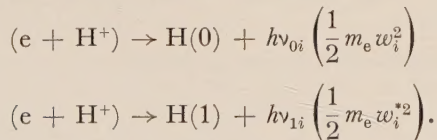


b) PROCESSUS RADIATIFS. — Le plasma considéré est optiquement mince pour toutes les radiations à l'exception de la raie de résonance. Cette double hypothèse implique que toute radiation autre que celle de résonance fuit spontanément du plasma sans aucune contrepartie des processus d'absorption. Par contre, lorsqu'un petit volume de plasma rayonne sur la longueur d'onde correspondant à la raie de résonance (1 216 Å pour la raie Ly- α de l'hydrogène), une partie (ou la totalité) de ce rayonnement est réabsorbée et la réaction d'émission spontanée admet la réaction inverse d'absorption. Les réactions susceptibles de se produire sont (on néglige l'émission induite) :

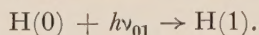
— *Désexcitations radiatives (émission spontanée) :*



— *Recombinaisons radiatives :*



— *Absorption de rayonnement : photoexcitation :*



c) MODÈLE SIMPLIFIÉ A TROIS NIVEAUX. — Dans le but de simplifier les équations de bilan, on considère un schéma simplifié à trois niveaux :

- fondamental 0,
- résonance 1,
- ionisation i .

On note A_{10} et B_{01} les coefficients d'Einstein relatifs à la désexcitation $1 \rightarrow 0$ par émission spontanée et à l'excitation $0 \rightarrow 1$ par absorption de rayonnement de densité $U_{\nu_{01}}$. R_{i0} et R_{i1} désignent les coefficients partiels de recombinaison radiativo-collisionnelle sur les niveaux 0 et 1. Les équations de bilan de chaque niveau s'écrivent :

— *Pour le niveau 0 :*

$$\sum_{s=1}^i n_0 \int_{w_s}^{+\infty} w Q_{0 \rightarrow s}(w) f_e(w) 4\pi w^2 dw + n_0 B_{01} U_{\nu_{01}}$$

excitation collisionnelle $0 \rightarrow 1$ et ionisation par collisions $0 \rightarrow i$ + photoexcitation $0 \rightarrow 1$.

$$= n_1 \frac{g_0}{g_1} \int_{w_1}^{+\infty} w Q_{0 \rightarrow 1}(w) f_e(\sqrt{w^2 - w_1^2}) 4\pi w^2 dw + R_{i0} n_e^2 + n_1 A_{10} \quad (41)$$

désexcitation collisionnelle $1 \rightarrow 0$ + recombinaison radiativo-collisionnelle + émission spontanée.

— *Pour le niveau 1 :*

$$n_1 \int_{w_1}^{+\infty} w Q_{1 \rightarrow i}(w) f_e(w) 4\pi w^2 dw + n_1 \frac{g_0}{g_1} \int_{w_1}^{+\infty} w Q_{0 \rightarrow 1}(w) f_e(\sqrt{w^2 - w_1^2}) 4\pi w^2 dw + n_1 A_{10}$$

ionisation $1 \rightarrow i$ par collisions + désexcitation $1 \rightarrow 0$ collisionnelle + émission spontanée.

$$= n_0 \int_{w_1}^{+\infty} w Q_{0 \rightarrow 1}(w) f_e(w) 4\pi w^2 dw + R_{i1} n_e^2 + n_0 B_{01} U_{\nu_{01}} \quad (42)$$

excitation collisionnelle $0 \rightarrow 1$ + recombinaison radiativo-collisionnelle + photoexcitation $0 \rightarrow 1$.

— *Pour le niveau i :* R_i désigne le coefficient total de recombinaison radiativo-collisionnelle :

$$(R_{i0} + R_{i1}) n_e^2 = R_i n_e^2 = n_0 \int_{w_i}^{+\infty} w Q_{0 \rightarrow i}(w) f_e(w) 4\pi w^2 dw + n_1 \int_{w_i}^{+\infty} w Q_{1 \rightarrow i}(w) f_e(w) 4\pi w^2 dw \quad (43)$$

recombinaison radiativo-collisionnelle = ionisation $0 \rightarrow i$ par collisions + ionisation $1 \rightarrow i$ par collisions.

Nota. — L'équation (43) s'obtient en effectuant la différence des équations (41) et (42) ; en effet, le nombre de densités inconnues étant de deux (n_1 et n_e), deux équations indépendantes suffisent pour les déterminer.

d) FORME APPROCHÉE DES ÉQUATIONS DE BILAN. —

On montrera au § 4 [18] que la gamme de plasmas définie au § 1 vérifie les inégalités suivantes :

$$R_{i0} n_e^2 < R_i n_e^2$$

$$R_{i1} n_e^2 < R_i n_e^2$$

$$\ll n_1 \frac{g_0}{g_1} \int_{w_1}^{+\infty} w Q_{0 \rightarrow 1}(w) f_e(\sqrt{w^2 - w_1^2}) 4\pi w^2 dw \quad (44)$$

que le second membre de l'équation (56) est identiquement nul. En d'autres termes, dans ce cas particulier, il y a *microréversibilité des processus radiatifs d'une part et collisionnels d'autre part*; c'est ce que traduisent les équations :

$$n_1 A_{10} = n_0 B_{01} U_{v_{01}} \quad (57)$$

et :

$$\begin{aligned} n_0 \int_{w_1}^{+\infty} w Q_{0 \rightarrow 1}(w) f_e(w) 4\pi w^2 dw \\ = n_1 \frac{g_0}{g_1} \int_{w_1}^{+\infty} w Q_{0 \rightarrow 1}(w) f_e(\sqrt{w^2 - w_1^2}) 4\pi w^2 dw. \end{aligned} \quad (58)$$

Le rapport des populations n_1/n_0 est alors donné par l'équation :

$$\frac{n_1}{n_0} \simeq \frac{g_1}{g_0} e^{-\frac{m_e w_1^2}{2kT_e}} \frac{\int_{w_1}^{+\infty} w Q_{0 \rightarrow 1}(w) f_e^+(w) 4\pi w^2 dw}{\int_{w_1}^{+\infty} w Q_{0 \rightarrow 1}(w) f_e^-(w) 4\pi w^2 dw}. \quad (59)$$

Cette formule est encore vérifiée lorsque l'on considère plus de trois niveaux; on peut le montrer en faisant

$$\begin{aligned} \frac{T_0}{T_e} - 1 = \frac{\sum_{s=2}^i \frac{1}{2} m_e w_s^2 \int_{w_s}^{+\infty} n_0 w Q_{0 \rightarrow s}(w) f_e^+(w) 4\pi w^2 dw + \sum_{s=2}^i \frac{1}{2} m_e w_s^{*2} \int_{w_s^*}^{+\infty} n_1 w Q_{1 \rightarrow s}(w) f_e^-(w) 4\pi w^2 dw}{\frac{2m_e}{m_0} \int_0^{+\infty} \left(v_{e0}(w) + \sqrt{\frac{6}{\pi}} \bar{v}_1 \right) \frac{1}{2} m_e w^2 f_e^-(w) 4\pi w^2 dw}. \end{aligned} \quad (61)$$

La température électronique T_e est déterminée par les *collisions élastiques électron-neutre (e-0) et électron-ion (e-i)* et les *collisions inélastiques correspondant aux transitions pour lesquelles le plasma est optiquement mince* ($0 \rightarrow s \geq 2$ et $1 \rightarrow s \geq 2$).

L'équation (61) montre la possibilité d'un équilibre des électrons dans lequel la température T_e du « corps » de la fonction est inférieure à la température T_0 des neutres. Il y a alors compensation entre les pertes par collisions inélastiques (pertes radiatives) et le chauffage des électrons par collisions élastiques sur le gaz de neutres et d'ions qui joue le rôle d'un thermostat.

Cet équilibre n'est possible que si l'on néglige la variation temporelle de la température T_0 des neutres; en fait, on montre que c'est un *pseudo-équilibre* dans lequel la température des neutres varie lentement au cours du temps (§ 3).

2.5. Le cas réel; plasma partiellement opaque à la radiation de résonance. — Le but de ce paragraphe est d'obtenir une amélioration de la théorie en tenant compte du fait que, dans un plasma (d'hydrogène par exemple) de dimensions finies, l'opacité à la raie de résonance n'est que partielle.

a) **RAPPELS : PROFONDEUR OPTIQUE.** — On rappelle qu'une des grandeurs caractéristiques de l'opacité est la profondeur optique L , calculable en fonction de la largeur de raie $\Delta\lambda$ pour la radiation de longueur d'onde λ et de la force d'oscillateur associée $f_{0 \rightarrow s}$ [19] :

une étude plus longue mais comparable à celle du modèle à trois niveaux (comparaison des fréquences de relaxation des processus).

Des considérations d'ordre physique montrent que le rapport des intégrales de la formule (59) est inférieur à l'unité. En effet, en raison des collisions inélastiques, la fonction de distribution chute au-delà du premier seuil [18]; par suite, le prolongement analytique de f_e^- est supérieur à f_e^+ ; il en résulte :

$$\frac{n_1}{n_0} < \frac{g_1}{g_0} e^{-\frac{m_e w_1^2}{2kT_e}}. \quad (60)$$

Le rapport des populations du niveau de résonance et du fondamental est inférieur au rapport calculé par la loi de Boltzmann.

Compte tenu de la loi approchée (59), les termes de pertes d'énergie par collisions inélastiques $0 \rightarrow 1$ compensent les termes de gain par collisions super-élastiques $1 \rightarrow 0$ et l'équation (40) de détermination de T_e prend la forme approchée :

$$L = \frac{m_e c^2 \Delta\lambda}{\pi e^2 \lambda^2} \frac{1}{n_0 f_{0 \rightarrow s}}. \quad (62)$$

Le tableau I montre comment on peut calculer L pour les radiations Ly- α et Ly- β de l'hydrogène [20] selon qu'il s'agit d'un élargissement Stark ou Doppler; les résultats sont donnés lorsque l'effet Doppler est dominant pour une pression de neutres exprimée en mm de mercure.

Pour des pressions de l'ordre de 1 mm et des températures de l'ordre de 10 000 °K, la profondeur optique relative à la raie Lyman- α est de l'ordre de 10^{-2} cm; on verra au paragraphe c) qu'il en résulte une fuite partielle du rayonnement de résonance pouvant intéresser une couche superficielle du plasma souvent supérieure à 10^{-2} cm.

b) **MODIFICATIONS DES RÉSULTATS; DÉFINITION D'UN « COEFFICIENT DE FUITE ».** — Le cas d'un plasma partiellement opaque à la raie de résonance doit être traité à l'aide de l'équation générale (56). Formellement, on peut toujours définir un coefficient $\mu(\mathbf{r})$ dépendant de l'espace en posant :

$$\frac{n_1(\mathbf{r})}{n_0} = \mu(\mathbf{r}) \frac{g_1}{g_0} e^{-\frac{m_e w_1^2}{2kT_e}} \frac{\int_{w_1}^{+\infty} w Q_{0 \rightarrow 1}(w) f_e^+(w) 4\pi w^2 dw}{\int_{w_1}^{+\infty} w Q_{0 \rightarrow 1}(w) f_e^-(w) 4\pi w^2 dw}. \quad (63)$$

TABLEAU I

COMPARAISON ENTRE ÉLARGISSEMENT STARK ET DOPPLER

RADIATION	LYMAN- α	LYMAN- β
λ Å	1 216	1 026
$f_{0 \rightarrow s}$	0,416	$7,91 \times 10^{-2}$
$A_{s0} s^{-1}$	$4,7 \times 10^8$	$5,57 \times 10^7$
$\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ Stark [20]	$7 \times 10^{-16} n_e^{2/3}$	$5 \times 10^{-15} n_e^{2/3}$
$\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ Doppler [20]	$7,12 \times 10^{-7} \sqrt{T}$	
Effet Doppler dominant	$n_e \ll 3,25 \times 10^{13} T_0^{3/4} \text{ cm}^{-3}$	$n_e \ll 1,7 \times 10^{12} T_0^{3/4} \text{ cm}^{-3}$
L Doppler (cm)	$1,61 \times 10^{-8} \frac{T_0^{3/2}}{P \text{ (mm Hg)}}$	$10^{-7} \frac{T_0^{3/2}}{P \text{ (mm Hg)}}$

L'équation (40) de détermination de T_e devient :

$$\frac{T_0}{T_e} - 1 = \frac{\left((1 - \mu) \frac{1}{2} m_e w_1^2 \int_{w_1}^{+\infty} n_0 w Q_{0 \rightarrow 1}(w) f_e^+(w) 4\pi w^2 dw + \sum_{s=2}^i \frac{1}{2} m_e w_s^2 \int_{w_s}^{+\infty} n_0 w Q_{0 \rightarrow s}(w) f_e^+(w) 4\pi w^2 dw \right.}{2 \frac{m_e}{m_0} \int_0^{+\infty} \left(v_{e0}(w) + \sqrt{\frac{6}{\pi}} \bar{v}_1 \right) \frac{1}{2} m_e w^2 f_e^-(w) 4\pi w^2 dw} + \left. \sum_{s=2}^i \frac{1}{2} m_e w_s^2 \int_{w_s}^{+\infty} n_1 w Q_{1 \rightarrow s}(w) f_e^-(w) 4\pi w^2 dw \right) \quad (64)$$

L'équation (64) diffère de (61) par la présence du premier terme, représentatif de la fraction $1 - \mu$ de l'énergie :

$$\frac{1}{2} m_e w_1^2 \int_{w_1}^{+\infty} n_0 w Q_{0 \rightarrow 1}(w) f_e(w) 4\pi w^2 dw.$$

Cette fraction est égale à 1 dans un plasma de dimensions nulles ($\mu = 0$) totalement transparent à la raie de résonance; elle est égale à 0 dans un plasma de dimensions infinies ($\mu = 1$) totalement opaque à la radiation de résonance. Dans le cas réel, cette fraction est comprise entre 0 et 1. Le coefficient $1 - \mu$ est donc un « *coefficient de fuite* » caractéristique de l'énergie (relative à la raie de résonance) perdue par le plasma; par opposition, le coefficient μ sera appelé « *coefficient d'emprisonnement* ».

Dans tous les cas réels, le rapport n_1/n_0 est inférieur à la limite calculée au paragraphe 2.4 (formule (59)), limite elle-même inférieure au rapport boltzmannien.

Pour alléger l'écriture, on pose :

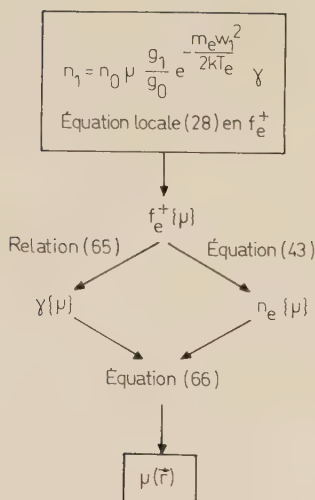
$$\gamma(\mathbf{r}) = \frac{\int_{w_1}^{+\infty} w Q_{0 \rightarrow 1}(w) f_e^+(w) 4\pi w^2 dw}{\int_{w_1}^{+\infty} w Q_{0 \rightarrow 1}(w) f_e^-(w) 4\pi w^2 dw} \quad (65)$$

Compte tenu de la définition de μ (équation (63)), l'équation (56) s'écrit :

$$\begin{aligned} \mu(\mathbf{r}) &= \frac{1}{\gamma(\mathbf{r})} \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} d\Omega K_v e^{-K_v s} \int_0^s \gamma(s') \mu(s') e^{K_v s'} ds' \\ &= (1 - \mu(\mathbf{r})) \frac{g_0}{g_1} e^{\frac{m_e v_1^2}{2kT_e}} \frac{\int_{w_1}^{+\infty} w Q_{0 \rightarrow 1}(w) f_e(w) 4\pi w^2 dw}{A_{10}} \end{aligned} \quad (66)$$

avec :

$$f_e^- = n_e \left(\frac{m_e}{2\pi kT_e} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_e w^2}{2kT_e}}.$$

FIG. 3. — Détermination de μ .

Le coefficient μ est une fonction de $\mathbf{r}$ comprise entre 0 et 1; en exprimant $n_1 = n_0 \mu \frac{g_1}{g_0} e^{-\frac{m_e w_1^2}{2kT_e}} \gamma$ (formule (63)), on peut rentrer μ comme un paramètre arbitraire dans l'équation (28) de détermination de f_e^+ ; la résolution de l'équation (28) fournit donc la « queue » f_e^+ en fonction de μ , c'est-à-dire localement dans l'espace; on en déduit alors γ fonction de μ par la relation (65), puis n_e fonction de μ par l'équation de conservation (43). Le processus est résumé par l'organigramme ci-contre (fig. 3).

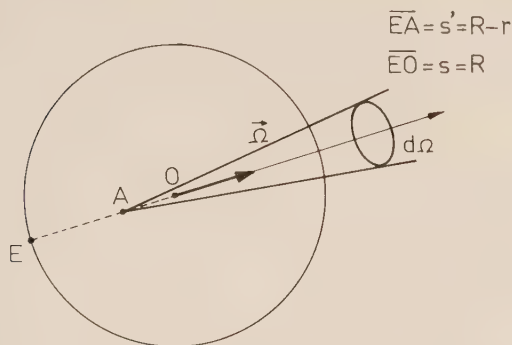
L'équation (66) est donc intégrro-différentielle en $\mu(\mathbf{r})$ par l'intermédiaire des termes en γ et n_e qu'il n'y a aucune ambiguïté à noter :

$$\gamma(\mathbf{r}) = \gamma\{\mu(\mathbf{r})\} \quad \text{et} \quad n_e(\mathbf{r}) = n_e\{\mu(\mathbf{r})\}$$

(de même $\gamma(s') = \gamma\{\mu(s')\}$); l'équation (66) peut donc s'écrire :

$$\begin{aligned} \mu(\mathbf{r}) - \frac{1}{\gamma\{\mu(\mathbf{r})\}} \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} d\Omega K_\nu e^{-K_\nu s} \int_0^s \gamma\{\mu(s')\} \mu(s') e^{K_\nu s'} ds' \\ = [1 - \mu(\mathbf{r})] \frac{g_0}{g_1} e^{\frac{m_e w_1^2}{2kT_e}} \frac{\int_{w_1}^{+\infty} w Q_{0 \rightarrow 1}(w) n_e\{\mu(\mathbf{r})\} \left(\frac{m_e}{2\pi k T_e}\right)^{3/2} e^{-\frac{m_e w^2}{2kT_e}} 4\pi w^2 dw}{A_{10}}. \end{aligned} \quad (66 \text{ bis})$$

c) RETOUR SUR LA NOTION DE PROFONDEUR OPTIQUE. — Les cas particuliers possibles étant trop nombreux pour donner ici des abaques de $\mu(\mathbf{r})$ (pour diverses

FIG. 4. — Calcul de Λ en géométrie sphérique.

géométries), on se contentera de définir une nouvelle dimension Λ qui sera le rayon minimum que doit avoir un plasma sphérique pour qu'il soit totalement opaque en son centre 0 ($\mu(0) = 1$).

L'origine 0 des coordonnées étant choisie au centre

du plasma de rayon R , l'équation (66) s'écrit (fig. 4) lorsque le point A vient en 0 :

$$\begin{aligned} \mu(0) - \frac{1}{\gamma(0)} K_\nu e^{-K_\nu R} \int_0^R \gamma(s') \mu(s') e^{K_\nu s'} ds' \\ = (1 - \mu(0)) \frac{g_0}{g_1} e^{\frac{m_e w_1^2}{2kT_e}} \frac{\int_{w_1}^{+\infty} w Q_{0 \rightarrow 1}(w) f_e^-(w) 4\pi w^2 dw}{A_{10}}. \end{aligned} \quad (67)$$

En faisant le changement de variable d'intégration $r = R - s'$, on obtient :

$$\begin{aligned} \mu(0) - \frac{1}{\gamma(0)} K_\nu \int_0^R \gamma(r) \mu(r) e^{-K_\nu r} dr \\ = (1 - \mu(0)) \frac{g_0}{g_1} e^{\frac{m_e w_1^2}{2kT_e}} \frac{\int_{w_1}^{+\infty} w Q_{0 \rightarrow 1}(w) f_e^-(w) 4\pi w^2 dw}{A_{10}}. \end{aligned} \quad (68)$$

Le plasma étant de moins en moins opaque à la raie de résonance au fur et à mesure que l'on se rapproche de son bord, on a certainement $\mu(r) < \mu(0)$ et $\gamma(r) < \gamma(0)$; on obtient ainsi une façon de ma-

jouer $\mu(0)$; $\mu(0)$ est certainement inférieur à la valeur μ_0 solution de l'équation (68) obtenue en remplaçant $\gamma(r)$ par $\gamma(0)$ et $\mu(r)$ par μ_0 :

$$\begin{aligned}\mu(0) &\lesssim \mu_0 = \frac{1}{1 + e^{-K_v R} \frac{g_1}{g_0} e^{-\frac{m_e w_1^2}{2kT_e}} \frac{A_{10}}{\int_{w_1}^{+\infty} w Q_{0 \rightarrow 1}(w) f_e^-(w) 4\pi w^2 dw}} \\ &= \frac{1}{1 + e^{-\frac{\Lambda - R}{L}}}\end{aligned}\quad (69)$$

avec :

$$\Lambda = L \operatorname{Log} \left(\frac{g_1}{g_0} e^{-\frac{m_e w_1^2}{2kT_e}} \frac{A_{10}}{\int_{w_1}^{+\infty} w Q_{0 \rightarrow 1}(w) f_e^-(w) 4\pi w^2 dw} \right). \quad (70)$$

Le plasma ne peut être épais au centre que si son rayon est supérieur à la longueur caractéristique Λ définie par la formule (70).

On remarque que dans beaucoup de cas $\Lambda > L$ et même $\Lambda \gg L$ [18] ⁽⁵⁾. Ainsi un plasma à la pression de 1 mm de mercure, à 10 000 °K ($L \simeq 0,01$ cm), ne commence à être opaque au rayonnement de résonance que si ses dimensions atteignent au moins le millimètre ($10L \simeq 0,1$ cm) et non pas le dixième de millimètre comme on pourrait le penser à partir des valeurs de la profondeur optique du tableau I.

d) REMARQUE SUR LA CONTRIBUTION ÉVENTUELLE DE Ly- β . — Le plasma peut être considéré comme optiquement mince pour la radiation Ly- β si l'inégalité suivante est vérifiée :

$$(\mu_0)_{\text{Ly-}\beta} = \frac{1}{1 + e^{-\frac{\Lambda_2 - R}{L_2}}} \ll 1 \quad (71)$$

c'est-à-dire :

$$e^{\frac{\Lambda_2 - R}{L_2}} \gg 1. \quad (72)$$

Numériquement, l'inégalité (72) peut être considérée comme valable à mieux de 10 % près si :

$$PRT_0^{-3/2} \lesssim \left(\frac{\Lambda_2}{L_2} - 2,3 \right) \times 10^{-7} \text{ mm Hg.cm } ^\circ\text{K}^{-3/2}. \quad (73)$$

⁽⁵⁾ Numériquement, compte tenu des valeurs de la section efficace $Q_{0 \rightarrow 1}$ [21], [18], on a :

$$\Lambda \simeq L \operatorname{Log} \left(2,24 \times 10^{15} \frac{\sqrt{T_e}}{n_e} \right).$$

Pour les valeurs de T_e et n_e considérées [18] ($T_e > 7\,000$ °K et $n_e < 10^{13} \text{ cm}^{-3}$) compatibles avec des pressions de 10^{-1} à 1 mm de mercure, on a $\Lambda \gtrsim 10L$.

A titre indicatif, pour une pression de 1 mm de mercure à 10 000 °K, le plasma peut être considéré comme optiquement mince pour la raie Ly- β si son rayon R est inférieur à : $0,1 \left(\frac{\Lambda_2}{L_2} - 2,3 \right) \simeq 1$ cm.

3. Existence d'un pseudo-équilibre

L'équilibre décrit au paragraphe 2 est en fait un *pseudo-équilibre* dans lequel la température des neutres varie lentement selon l'équation :

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} n_0 k T_0 \right) &= - \int_0^{+\infty} \frac{1}{2} m_e w^2 \left[\left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{e0} + \left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{ei} \right] 4\pi w^2 dw \\ &= \left(1 - \frac{T_0}{T_e} \right) \int_0^{+\infty} 2 \frac{m_e}{m_0} (v_{e0}(w) + v_{ei}) \\ &\quad \frac{1}{2} m_e w^2 f_e(w) 4\pi w^2 dw \quad (74)\end{aligned}$$

avec, pour la température électronique :

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} n_e k T_e \right) &= \int_0^{+\infty} \frac{1}{2} m_e w^2 \left[\left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{e0} \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{ei} \right] 4\pi w^2 dw - \text{pertes radiatives.} \quad (75)\end{aligned}$$

La fréquence v_{ei} est constante (formule (89), appendice); si, d'autre part, on suppose v_{e0} constante en première approximation, on obtient :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} n_0 k T_0 \right) \simeq 2 \frac{m_e}{m_0} (v_{e0} + v_{ei}) \frac{3}{2} n_e k (T_e - T_0) \quad (76)$$

soit :

$$\frac{dT_0}{dt} \simeq 2 \frac{m_e}{m_0} (v_{e0} + v_{ei}) \frac{n_e}{n_0} (T_e - T_0) = v_{T_e} (T_e - T_0). \quad (77)$$

On a vu que l'équation d'énergie (64) traduit un équilibre entre les pertes radiatives et un échauffement collisionnel sur le gaz des neutres et des ions; on en déduit aisément que la fréquence de relaxation de T_e vers la température solution de (64) est donnée en ordre de grandeur en prenant l'un ou l'autre de ces termes égaux en module (pertes ou gains); en prenant par exemple le terme de transfert par collisions élastiques, on trouve une fréquence associée de l'ordre de :

$$\nu_{T_e} \simeq 2 \frac{m_e}{m_0} (\nu_{e0} + \nu_{ei}) = \frac{n_0}{n_e} \nu_{T_0} \gg \nu_{T_0}. \quad (78)$$

L'inégalité (78) résulte du fait que les électrons sont bien moins nombreux que les neutres; en conséquence, on peut découpler les deux équations (74) et (75) :

- détermination de T_e en supposant T_0 constante : il résulte une température T_e à peu près constante donnée par l'équation (64);
- détermination de T_0 , en supposant T_e constante, par l'équation (74).

En conclusion, le phénomène est le suivant : les électrons atteignent très vite un pseudo-équilibre caractérisé par une température électronique inférieure à celle des neutres; cette dernière température T_0 est lentement décroissante et on peut considérer que le processus s'arrête lorsque les collisions inélastiques qui en sont la cause première ne sont plus assez importantes pour assurer une évacuation suffisante de l'énergie cinétique des électrons vers le milieu extérieur (sous forme radiative) et on atteint alors un véritable équilibre thermodynamique.

Remarque importante. — On peut se trouver devant le paradoxe apparent suivant : on a vu (du fait de l'inégalité (8)) que les excitations à partir du niveau fondamental sont bien plus importantes que les excitations à partir du niveau de résonance en ce qui concerne la détermination de f_e^+ . Par contre, ce second type d'excitation peut être très dominant dans l'équation d'énergie. On peut expliquer ce paradoxe si l'on songe que, dans l'hydrogène, d'une part les sections $Q_{1 \rightarrow s}$ sont environ 100 fois plus grandes que $Q_{0 \rightarrow s}$, d'autre part les potentiels d'excitation $1 \rightarrow s$ (série de Balmer) commencent à 1,9 eV (transitions $2p \rightarrow 3s$ et $2p \rightarrow 3d$), alors que l'excitation $0 \rightarrow s$ (série de Lyman) commence à 10,2 eV (transition $1s \rightarrow 2p$) [1]. Ainsi, bien que proportionnelle à n_i , la troisième intégrale de (64) agit sur un intervalle bien plus grand que la première et sur une fonction $Q_{1 \rightarrow s}(w)f_e(w)$ bien supérieure à $Q_{0 \rightarrow s}(w)f_e(w)$.

L'ensemble des équations (25), (28), (30), (43), (63) et (64) détermine entièrement le problème; la résolution de l'équation (28) de détermination de f_e^+ fera l'objet d'un article dans lequel on utilisera les méthodes employées pour les gaz faiblement ionisés et optiquement minces [12]. On détermine d'abord les limites numériques d'applicabilité de la théorie.

4. Domaine de validité de la théorie Exemple de l'hydrogène atomique

La théorie n'est valable que si les électrons d'énergie supérieure à 10,2 eV sont très peu nombreux; on montre que toutes les approximations (24), (25), (26), (33), (34), (37) et (39) qui découlent de cette hypothèse sont parfaitement justifiées lorsque T_e est inférieure à 20 000 °K (6).

On admet aisément que la théorie est satisfaisante si elle permet un calcul correct des intégrales définies

qui figurent dans les expressions de $\frac{n_1}{n_0}$ (formule (63)), T_e (formule (64)) et n_e (formule (43)); on montre que la condition $T_e < 20\,000$ °K permet de remplacer la borne d'intégration $w = +\infty$ par $w \simeq w_1 \sqrt{2}$. Il en résulte que l'on peut simplement demander à la théorie de fournir un calcul correct de f_e^+ pour des énergies comprises entre le seuil et deux fois le seuil.

On a examiné [18] numériquement (7) les cinq conditions de découplage (6), (7), (18), (44) et (45), en se limitant au domaine d'énergie [10,2 eV, 20,4 eV]. On a effectué la discussion en limitant le nombre des niveaux aux trois suivants : niveau fondamental $1^2S_{1/2}$; niveau de résonance $2^2P_{1/2, 3/2}$; niveau d'ionisation.

Une série de majorations souvent pessimistes montre que la théorie (exposée aux §§ 1, 2 et 3) donne de façon certaine des résultats valables à mieux de 10 % près si le plasma vérifie simultanément :

$$T_e \lesssim 9\,000 \text{ °K} \quad (79)$$

$$5 \times 10^{-3} \lesssim \frac{n_e \text{ Log } \Lambda_e}{n_0} \lesssim 10^{-1}. \quad (80)$$

Remarque importante. — En général, les deux conditions (79) et (80) sont compatibles et s'entraînent mutuellement; en d'autres termes, la condition (80) de définition du domaine des plasmas moyennement ionisés est suffisante et justifie a priori toutes les approximations effectuées au cours des paragraphes 1, 2 et 3.

Aux conditions de découplage, on doit adjoindre l'inégalité (73) exprimant que le plasma est optiquement mince pour la raie Ly- β . Compte tenu des valeurs de la section efficace d'excitation [21] $Q_{0 \rightarrow 2}(1s \rightarrow 2p)$ et de $A_{20} = 5,57 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$ (tableau I), la condition (73) s'écrit numériquement :

$$\frac{PRT^{-3/2}}{\text{mm Hg cm } ^\circ\text{K}^{-3/2}} \lesssim 2,3 \left[\log_{10} \left(2,84 \times 10^{15} \frac{\sqrt{T_e}}{n_e} \right) - 1 \right] \times 10^{-7}. \quad (81)$$

(6) Il faut aussi borner T_e inférieurement par la température à partir de laquelle tout l'hydrogène moléculaire est dissocié; à la pression atmosphérique, T_e doit être supérieure à 6 000 °K.

(7) Les données numériques employées sont : pour Q_{e0} les valeurs de Temkin et Lamkin (cf. [19], p. 315); pour $Q_{0 \rightarrow 1}$, $Q_{0 \rightarrow 2}$ et $Q_{1 \rightarrow 2}$, celles de Percival [21]; pour $Q_{0 \rightarrow i}$, celles de Lotz [1] et pour $Q_{1 \rightarrow i}$ celles de Swan [22]; pour R_i , les valeurs de Bates *et al.* [14], [15].

Conclusion. — La théorie complète rend compte *localement* dans le plasma des écarts non « maxwelliens » de la « queue » de la fonction de distribution électronique; en pratique, ces écarts n'affectent qu'un faible nombre d'électrons pour les plasmas de laboratoire courants (kT_e faible devant $\frac{1}{2} m_e w_1^2$).

On est souvent amené à se poser le problème suivant : la température T_0 et la densité n_0 des neutres étant données, quelles sont les valeurs correspondantes de la « température » électronique T_e , du rapport des populations $\frac{n_1}{n_0}$ et de la densité électronique n_e ?

D'après le paragraphe 2, $\frac{n_1}{n_0}$ et par suite T_e et n_e dépendent essentiellement de la « queue » de la fonction de distribution.

Pour la gamme des plasmas définie par (80), les phénomènes de « démaxwellianisation » de la « queue » de la fonction de distribution sont aussi importants que les phénomènes de « maxwellianisation »; il en résulte des écarts non maxwelliens notables n'intéressant qu'une infime partie des électrons mais dont la répercussion sur les grandeurs n_1 , T_e et n_e peut être importante.

Un article sera consacré à la détermination de la « queue » de la fonction de distribution, en vue d'une étude numérique des écarts de $\frac{n_1}{n_0}$ à la loi de Boltzmann et des écarts du taux d'ionisation à la loi de Saha dans l'hydrogène atomique [23].

Remerciements. — Les auteurs tiennent à remercier le Professeur J. L. Delcroix pour l'aide qu'il a apportée à la rédaction du manuscrit.

APPENDICE

Échange d'énergie par collisions élastiques électron-ion

L'action des collisions élastiques électron-ion est représentée par l'opérateur de Fokker-Planck [17] :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi\Gamma_e} \left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{ei} &= \frac{2}{3} \frac{d^2 f_e}{dw^2} \left[\int_w^{+\infty} x f_i(x) dx + \frac{1}{w^3} \int_0^w x^4 f_i(x) dx \right] \\ &+ \frac{2}{w} \frac{df_e}{dw} \left[\frac{2}{3} \int_w^{+\infty} x f_i(x) dx + \frac{m_e}{m_0} \frac{1}{w} \int_0^w x^2 f_i(x) dx \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{3w^3} \int_0^w x^4 f_i(x) dx \right] + 2 \frac{m_e}{m_0} f_e f_i \quad (82) \end{aligned}$$

f_i désigne la fonction de distribution des ions qui est maxwellienne à la température T_0 des neutres :

$$f_i(x) = n_e \left(\frac{m_0}{2\pi k T_0} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_0 x^2}{2k T_0}} \quad (83)$$

La variation de la densité d'énergie U_e due aux collisions élastiques électron-ion s'obtient à partir de la formule suivante :

$$\left(\frac{dU_e}{dt} \right)_{ei} = \int_0^{+\infty} \frac{1}{2} m_e w^2 \left(\frac{\partial f_e}{\partial t} \right)_{ei} 4\pi w^2 dw \quad (84)$$

Après deux intégrations par parties, on obtient (8) :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi\Gamma_e} \left(\frac{dU_e}{dt} \right)_{ei} &= 8\pi m_e \left(\int_0^{+\infty} dw f_e(w) w^2 \int_w^{+\infty} x f_i(x) dx \right. \\ &\quad \left. - \frac{m_e}{m_0} \int_0^{+\infty} dw f_e(w) w \int_0^w x^2 f_i(x) dx \right) \quad (85) \end{aligned}$$

On peut admettre (pour les mêmes raisons qu'au § 1.2 a)) que l'on a le droit de remplacer f_e par une distribution maxwellienne à T_e dans les intégrales prises de 0 à $+\infty$; compte tenu de (83), on obtient :

$$\begin{aligned} \left(\frac{dU_e}{dt} \right)_{ei} &= 16\pi^2 \Gamma_e \frac{m_e}{m_0} (kT_0 - kT_e) \int_0^{+\infty} f_e(w) f_i(w) w^2 dw \\ &= \frac{4\Gamma_e}{\sqrt{\pi}} \frac{m_e}{m_0} \left(\frac{2kT_e}{m_e} + \frac{2kT_0}{m_0} \right)^{-3/2} n_e^2 (kT_0 - kT_e) \quad (86) \end{aligned}$$

Compte tenu de la relation entre Γ_e et $\bar{v}_1$ (déduite des formules (2) et (22)), on obtient :

$$\begin{aligned} \left(\frac{dU_e}{dt} \right)_{ei} &= 4 \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \frac{m_e}{m_0} \bar{v}_1 \left(1 + \frac{T_0}{T_e} \frac{m_e}{m_0} \right)^{-3/2} \\ &\quad \left(\frac{3}{2} n_e k T_0 - \frac{3}{2} n_e k T_e \right) \quad (87) \end{aligned}$$

$$\left(\frac{dU_e}{dt} \right)_{ei} \simeq 2 \frac{m_e}{m_0} v_{ei} \left(\frac{3}{2} n_e k T_0 - \frac{3}{2} n_e k T_e \right) \quad (88)$$

avec :

$$v_{ei} = \sqrt{\frac{6}{\pi}} \bar{v}_1 \simeq 1,4 \bar{v}_1 \quad (89)$$

La fréquence $2 \frac{m_e}{m_0} v_{ei}$ joue exactement le même rôle que la fréquence $2 \frac{m_e}{m_0} v_{e0}$ pour les collisions élastiques électron-neutre [1] : elle représente la fréquence d'échange d'énergie par collisions élastiques électron-ion.

(8) Les termes pris entre 0 et $+\infty$ disparaissent toujours du fait de la convergence de f_e lorsque w tend vers l'infini.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] DELCROIX (J. L.), *Physique des plasmas*, tome 2, Dunod, 1966.
- [2] MARGENAU (H.), *Phys. Rev.*, 1946, **69**, 508.
- [3] BAYET (M.), DELCROIX (J. L.) et DENISSE (J. F.), *J. Physique Rad.*, 1954, **15**, 795 ; 1955, **16**, 274 ; 1956, **17**, 923.
- [4] HOLSTEIN (T.), *Phys. Rev.*, 1946, **70**, 367.
- [5] DREICER (H.), *Phys. Rev.*, 1960, **117**, 343.
- [6] SPITZER (L.) et HARM (R.), *Phys. Rev.*, 1953, **89**, 977.
- [7] DREICER (H.), *Phys. Rev.*, 1959, **115**, 238.
- [8] KRUSKAL (M. D.) et BERNSTEIN (I. B.), *Phys. of Fluids*, 1964, **7**, 407-18.
- [9] PEYRAUD (N.), *J. Physique*, 1967, **28**, 147.
- [10] PEYRAUD (N.), *J. Physique*, 1968, **29**, 201.
- [11] PEYRAUD (N.), *J. Physique*, 1968, **29**, 747.
- [12] PEYRAUD (N.), *J. Physique*, 1968, **29**, 997.
- [13] MJOISNESS (R. C.) et PETSCHER (A. G.), *Phys. of Fluids*, 1967, **10**, 1511.
- [14] BATES (D. R.), KINGSTON (A. E.) et McWHIRTER (R. W. P.), *Proc. Roy. Soc.*, 1962, A **267**, 297.
- [15] BATES (D. R.), KINGSTON (A. E.) et McWHIRTER (R. W. P.), *Proc. Roy. Soc.*, 1962, A **270**, 155.
- [16] BATES (D. R.) et KINGSTON (A. E.), *Proc. Roy. Soc.*, 1964, A **279**, 10.
- [17] DELCROIX (J. L.), *Introduction à la théorie des gaz ionisés*, Dunod, Paris, 1959.
- [18] PEYRAUD (N.), Thèse, Paris, 1969.
- [19] BATES (D. R.), *Atomic and molecular processes*, Acad. Press, Londres, 1962.
- [20] GRIEM (H. R.), *Plasma Spectroscopy*, McGraw-Hill Book Company.
- [21] PERCIVAL (I. C.), *Nuclear Fusion*, 1966, **6**, 182.
- [22] SWAN (P.), *P.P.S.*, 1955, **68** A, 1157-60.
- [23] PEYRAUD (N.), 9th International Conference on Phenomena in Ionized Gases, 1969, Bucarest, p. 362.

